با ایران توشه
یک قدم جلوتر
باش!

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت



ایران توشه، مرجع دانلود فایل های کمک آموزشی دانش آموزان و کنکوری ها

همه چیز
برای موفقیت
تو!

- دانلود رایگان آزمون های آزمایشی قلمچی، خیلی سبز، گاج و ...
- دانلود رایگان گام به گام تمامی دروس
- دانلود رایگان نمونه سوالات امتحانی (نوبت اول و دوم) و امتحانات نهایی
- دانلود رایگان جزوه های کمک آموزشی و شب امتحانی

کافیست هر فایلی که نیاز دارید را در گوگل به این صورت جستجو کنید:

فایل مورد نیاز + ایران توشه

مثال:

دانلود گام به گام دوازدهم تجربی ایران توشه



irantooshe.ir

t.me/irantooshe

گام به گام ریاضی هشتم
فصل هشتم

عنوان فصل: آمار و احتمال

از صفحه‌ی ۱۱۹ تا صفحه‌ی ۱۳۶ کتاب

در این فایل پاسخ فعالیت‌ها، کارهای کلاسی، تمرین‌ها و پرسش‌های فصل آمار و احتمال آمده است.
مباحث فصل: دسته‌بندی داده‌ها، میانگین داده‌ها، احتمال یا اندازه‌گیری شانس، بررسی حالت‌های ممکن

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

تهیه‌شده در ایران‌توشه، توشه‌ای برای موفقیت

irantooshe.ir

فهرست پرسش‌ها

۱ صفحه ۱۲۱ · فعالیت — دامنه‌ی تغییرات و دسته‌بندی قد مردان ... ۴

۲ صفحه ۱۲۲ · کار در کلاس — جدول فراوانی دمای هوا ۴

۳ صفحه ۱۲۳ · تمرین — دسته‌بندی عمر لامپ و خواندن نمودار ... ۵

۴ صفحه ۱۲۴ · فعالیت — محاسبه‌ی میانگین ۶

۵ صفحه ۱۲۵ · کار در کلاس — میانگین ۹ عدد ۷

۶ صفحه ۱۲۵ · فعالیت — میانگین داده‌های دسته‌بندی‌شده ... ۷

۷ صفحه ۱۲۶ · کار در کلاس — جدول میانگین قد ۸

۸ صفحه ۱۲۶ · تمرین — میانگین از جدول فراوانی ۸

۹ صفحه ۱۲۷ · تمرین — تأثیر حذف یک نمره بر میانگین ... ۹

۱۰ صفحه ۱۲۸ · فعالیت — احتمال و حالت‌های هم‌شانس ... ۹

۱۱ صفحه ۱۲۹ · فعالیت و کار در کلاس — محاسبه‌ی احتمال ... ۱۰

۱۲ صفحه ۱۳۰ · فعالیت — احتمال و چرخنده ۱۱

۱۳ صفحه ۱۳۱ · تمرین — احتمال: چرخنده، تاس و مهره ۱۲

۱۴ صفحه ۱۳۲ · فعالیت و کار در کلاس — بررسی حالت‌های ممکن با جدول ... ۱۳

۱۵ صفحه ۱۳۳ · فعالیت — نمودار درختی دو چرخنده ۱۴

۱۶ صفحه ۱۳۴ · تمرین — دوچرخه، چرخنده و تاس ۱۴

۱۷ صفحه ۱۳۵ · تمرین — چرخنده و تاس، رمز قفل، دو تاس، دو سکه، لوله ... ۱۵

۱۸ صفحه ۱۳۶ · تمرین ترکیبی — مرور فصل ۸ ..... ۱۵

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

این فایل توسط سایت ایران‌توشه تهیه شده است.

irantooshe.ir

۱ صفحه ۱۲۱ فعالیت

قد ۴۰ نفر از مردان یک شهر کوچک برحسب سانتی‌متر داده شده است (n = 40). کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. فاصله‌ی بین این دو عدد را دامنه‌ی تغییرات می‌گویند؛ آن را پیدا کنید. داده‌ها را در ۵ دسته با طول تقریباً مساوی بنویسید. در جدول، معنای 130 ≤ x < 145 را توضیح دهید و < و ≤ چه تفاوتی دارند؟ با چوب‌خط فراوانی هر دسته را مشخص کنید.

کمترین داده 130 و بیشترین 205 است؛ **دامنه‌ی تغییرات** 75 = 130 − 205 =. طول هر دسته 15 = 5 ÷ 75.

130 ≤ x < 145 یعنی عددهای بزرگ‌تر یا مساوی ۱۳۰ و کوچک‌تر از ۱۴۵؛ ۱۳۰ داخل دسته است ولی ۱۴۵ نه. علامت ≤ خود عدد را هم شامل می‌شود ولی < خود عدد را شامل نمی‌شود؛ ۱۴۵ در دسته‌ی بعدی می‌آید.

حدود دسته‌ها	فراوانی	قد
130 ≤ x < 145	5	قد کوتاه
145 ≤ x < 160	7	کوتاه‌تر از متوسط
160 ≤ x < 175	16	متوسط
175 ≤ x < 190	8	بلندتر از متوسط
190 ≤ x ≤ 205	4	قد بلند

مجموع فراوانی‌ها 40 = 4+8+16+7+5 است.

۲ صفحه ۱۲۲ کار در کلاس

۱ــ میانگین دمای هوا در ۴۵ روز گزارش شده است. جدول فراوانی داده‌ها را براساس پرسش‌ها مشخص و نمودار میله‌ای رسم کنید: دامنه‌ی تغییرات چقدر است؟ داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم؛ طول هر دسته چقدر است؟

۲ــ با توجه به فعالیت صفحه‌ی قبل: قد بیشتر افراد در چه محدوده‌ای است؟ با توجه به نمودار میله‌ای متوجه چه چیزی می‌شوید؟ میانگین قد مردان در کدام دسته است؟ کاربردهای دیگر این آمار؟

۳ــ نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس (۳۶ نمره) داده شده است. آنها را در ۵ دسته با طول مساوی دسته‌بندی کنید، جدول و نمودار میله‌ای رسم و وضعیت کلاس را توصیف کنید.

۱) کمترین دما 8− و بیشترین 8 است؛ دامنه‌ی تغییرات 16 = (8−)−8 و طول هر دسته 4 = 4 ÷ 16.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

حدود دسته‌ها	فراوانی
$-8 \leq x < -4$	5
$-4 \leq x < 0$	11
$0 \leq x < 4$	17
$4 \leq x \leq 8$	12

نمودار میله‌ای: چهار میله با ارتفاع‌های 5، 11، 17 و 12 (محور افقی: دسته‌ها، محور عمودی: فراوانی).

۲) بیشتر افراد (۱۶ نفر) قدی بین 160 و 175 سانتی‌متر دارند. نمودار نشان می‌دهد که فراوانی دسته‌ی میانی بیشترین و دسته‌های دو سر (خیلی کوتاه و خیلی بلند) کمترین است. میانگین قد در دسته‌ی $160 \leq x < 175$ قرار می‌گیرد (میانگین واقعی حدود 167). از این آمار برای تعیین اندازه‌ی لباس و کفش در تولید، ساخت وسایل مدرسه و طراحی وسایل نقلیه می‌توان استفاده کرد.

۳) کمترین نمره 5 و بیشترین 20 است؛ دامنه 15 و طول دسته $15 \div 5 = 3$.

حدود دسته‌ها	فراوانی
$5 \leq x < 8$	3
$8 \leq x < 11$	5
$11 \leq x < 14$	10
$14 \leq x < 17$	11
$17 \leq x \leq 20$	7

وضعیت کلاس خوب است: بیشتر نمره‌ها در دسته‌های تا 17 11 هستند (۲۱ از ۳۶ نفر) و ۷ نفر نمره‌ی بالای ۱۷ دارند؛ ضعیف‌ها (زیر ۸) تنها ۳ نفرند. میانگین کلاس حدود 13.3 است.

توشه ای برای موفقیت

۳ صفحه ۱۲۳ تمرین

۱ــ ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها برحسب ساعت اندازه‌گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته تقسیم و جدول فراوانی و نمودار میله‌ای آن را رسم کنید.

۲ــ نمودار میله‌ای مدت زمان رفتن دانش‌آموزان از خانه به مدرسه رسم شده است. چند دانش‌آموز فاصله‌ی خانه تا مدرسه را در ۱۰ یا بیشتر از ۱۰ دقیقه طی می‌کنند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۳ــ نمودار نمره‌های دانش‌آموزان یک کلاس را می‌بینید. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟

۱) کمترین مقدار 152 و بیشترین 172؛ دامنه 20 و طول دسته $20 \div 5 = 4$.

حدود دسته‌ها	فراوانی
$152 \leq x < 156$	4
$156 \leq x < 160$	11
$160 \leq x < 164$	5
$164 \leq x < 168$	3
$168 \leq x \leq 172$	7

مجموع فراوانی‌ها 30 = 7+3+5+11+4 است؛ نمودار میله‌ای با میله‌هایی به این ارتفاع‌ها رسم می‌شود.

۲ و ۳) پاسخ این دو پرسش به مقدارهای میله‌های نمودار وابسته است که در متن موجود نیست. روش: برای تعداد دانش‌آموزان ارتفاع همه‌ی میله‌ها را جمع می‌کنیم؛ برای «۱۰ دقیقه یا بیشتر» فراوانی دسته‌هایی را که از ۱۰ شروع می‌شوند جمع می‌کنیم. دسته‌بندی وقتی مناسب است که طول دسته‌ها مساوی و تعداد دسته‌ها نه خیلی کم و نه خیلی زیاد باشد.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۴ صفحه ۱۲۴ فعالیت

۱ــ نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره‌های او را حساب کنید. میانگین = مجموع داده‌ها / تعداد داده‌ها یا به صورت جبری $\bar{x} = \Sigma x / n$.

۲ــ نمره‌های یک دانش‌آموز: ۱۶، ۱۵/۵، ۱۶، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۱۸/۵، ۱۴، ۱۶/۵، ۱۷/۵. میانگین را پیدا کنید. چند نمره بالاتر و چند نمره پایین‌تر از میانگین‌اند؟ تفاضل‌های بالای میانگین و پایین‌تر از آن را جمع و مقایسه کنید.

۳ــ میانگین نمره‌های ۷ درس ۱۶/۵ است. نمره‌های دو درس دیگر ۱۷ و ۱۵ به آنها افزوده شود، میانگین جدید؟ آیا می‌توان میانگین ۱۵ و ۱۷ (۱۶) را با ۱۶/۵ میانگین گرفت؟ چرا؟

۴ــ میانگین عددهای ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳، ۱۳، ۱۳، ۱۴، ۱۴، ۱۵ را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله‌ی هر عدد تا میانگین چقدر است؟

---

۱) 17.2 = 86/5 = (17+18+15+17+19)/5.

۲) مجموع نمره‌ها 165 است و میانگین 16.5 = 10 ÷ 165. نمره‌های بالاتر از میانگین: 17.5، 18.5، 19، 17 (۴ تا)؛ پایین‌تر: 14، 15، 16، 15.5، 16 (۵ تا)؛ و 16.5 مساوی میانگین است. تعداد آنها برابر نیست.

تفاضل‌های بالای میانگین: 1+2+2.5+0.5 = 6؛ تفاضل‌های پایین‌تر: 2.5+1.5+0.5+1+0.5 = 6. این دو مجموع برابرند (مجموع انحراف‌ها از میانگین صفر می‌شود).

۳) مجموع ۷ درس 16.5 × 7 = 115.5؛ مجموع ۹ درس 147.5 = 115.5+17+15؛ میانگین جدید 147.5 ÷ 9 ≈ 16.39.

نمی‌توان؛ میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ برابر ۱۶/۲۵ می‌شود که با ۱۶/۳۹ فرق دارد، زیرا ۱۶/۵ نماینده‌ی ۷ نمره است و ۱۶ نماینده‌ی ۲ نمره؛ تعداد داده‌ها در میانگین‌گیری مؤثر است.

۴) مجموع 117 = و میانگین 13 = 9 ÷ 117. عددها نسبت به ۱۳ متقارن‌اند: فاصله‌ی ۱۲ و ۱۴ برابر ۱ و فاصله‌ی ۱۱ و ۱۵ برابر ۲ است؛ میانگین در وسط داده‌ها است.

۵ صفحه ۱۲۵ **کار در کلاس**

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددهای ۱۷، ۱۴، ۱۱، ۱۵، ۱۲، ۱۹، ۱۸، ۱۳، ۱۶ را به دست آورید.

مجموع 135 = 16+13+18+19+12+15+11+14+17 =؛ میانگین 15 = 9 ÷ 135.

۶ صفحه ۱۲۵ **فعالیت**

۱ــ به کمک ماشین‌حساب میانگین قد ۴۰ نفر را پیدا کنید. ۲ــ مرکز دسته‌ی 130 ≤ x < 145 را به دست آورید. ۳ــ مرکز هر دسته را به جای داده‌های آن دسته قرار دهید. ۴ــ چرا در عددهای تغییریافته ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ ۵ــ میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید؛ چگونه برای مجموع از ضرب استفاده می‌کنید؟ این ضرب‌ها چه ارتباطی با فراوانی‌ها دارند؟ ۶ــ میانگین به‌دست‌آمده را با میانگین واقعی مقایسه کنید؛ خطای روش چقدر است؟

۱) مجموع قدها 6679 و میانگین 166.98 ≈ 40 ÷ 6679 است.

۲) مرکز دسته 137.5 = 2/(130+145)؛ مرکز دسته‌ها: 137.5, 152.5, 167.5, 182.5, 197.5.

۴) چون در دسته‌ی 190 ≤ x ≤ 205 چهار داده (۱۹۲، ۱۹۳، ۱۹۰ و ۲۰۵) قرار دارند و هر کدام به ۱۹۷/۵ تبدیل می‌شود؛ یعنی فراوانی این دسته ۴ است.

۵) مجموع جدید با ضرب «مرکز دسته × فراوانی» ساخته می‌شود: 137.5×5 + 152.5×7 + 167.5×16 + 182.5×8 + 197.5×4 = 6685؛ میانگین 167.125 = 40 ÷ 6685. هر عدد ضرب‌شده در فراوانی همان دسته است.

۶) خطا 0.15 = 166.975 − 167.125 است؛ یعنی روش بسیار نزدیک به مقدار واقعی است.

۷ صفحه ۱۲۶ کار در کلاس

با توجه به فعالیت صفحه‌ی قبل با کامل کردن جدول (مرکز دسته، فراوانی، مرکز دسته × فراوانی) میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز × فراوانی
$130 \leq x < 145$	5	137.5	687.5
$145 \leq x < 160$	7	152.5	1067.5
$160 \leq x < 175$	16	167.5	2680
$175 \leq x < 190$	8	182.5	1460
$190 \leq x \leq 205$	4	197.5	790
مجموع	40	—	6685

میانگین 167.125 = 40 ÷ 6685 =.

۸ صفحه ۱۲۶ تمرین

۱ــ میانگین دمای هوا (کار در کلاس صفحه‌ی ۱۲۲) و میانگین عمر لامپ‌ها (تمرین ۱ صفحه‌ی ۱۲۳) را به دست آورید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲ــ جدول داده‌شده (دسته‌های $0 \leq x < 4$، $4 \leq x < 8$، ... با فراوانی‌ها و جمع ۴۴) را کامل و میانگین را حساب کنید.

۱) دما: مرکز دسته‌ها 6, −2, 2, −6 و فراوانی‌ها 12, 17, 11, 5؛ 1.2 = 54/45 = 45/(72 + 34 + 22 − 30−) درجه (میانگین واقعی داده‌ها حدود ۰/۷۸ است).

لامپ: مرکز دسته‌ها 170.5, 166, 162, 158, 154 و فراوانی‌ها 7, 3, 5, 11, 4؛ 161.85 ≈ 4855.5/30 = 30/(616+1738+810+498+1193.5) ساعت (میانگین واقعی 161.3).

۲) برای هر دسته مرکز را 2/(کران پایین + کران بالا) می‌گیریم (2, 6, 10, 14, 18)، آن را در فراوانی ضرب می‌کنیم، حاصل‌ها را جمع می‌کنیم و بر 44 تقسیم می‌کنیم. چون برخی فراوانی‌ها در متن خوانا نیست، عدد نهایی گزارش نشده است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت

۹ صفحه ۱۲۷ تمرین

۳ــ میانگین نمره‌های ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس ۳۰ نفره ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان نمره‌ی ۳/۵ گرفته در حالی که بقیه نمره‌ی بالای ۱۵ گرفته‌اند. الف) اگر نمره‌ی این دانش‌آموز را کنار بگذاریم، حدس می‌زنید معدل کلاس کمتر یا بیشتر شود؟ با محاسبه بررسی کنید. ب) فرض کنید همه‌ی دانش‌آموزان نمره‌ی کمتر از ۱۴ گرفته‌اند به جز یک نفر که ۲۰ گرفته؛ معدل ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ است. اگر او را کنار بگذاریم، معدل کمتر می‌شود یا بیشتر؟ محاسبه کنید.

الف) حدس: معدل بیشتر می‌شود، چون نمره‌ی کنار گذاشته‌شده از همه‌ی نمره‌ها خیلی کمتر است. مجموع 517.5 = 17.25 × 30؛ پس از حذف: 17.72 ≈ 29 ÷ 514 = 29 ÷ (517.5 − 3.5) که از 17.25 بیشتر است.

ب) حدس: معدل کمتر می‌شود، چون نمره‌ی حذف‌شده (۲۰) از همه بیشتر است. مجموع = 10.25 × 30 307.5؛ پس از حذف: 9.91 ≈ 29 ÷ 287.5 = 29 ÷ (20 − 307.5) که از 10.25 کمتر است.

۱۰ صفحه ۱۲۸ فعالیت

۱ــ ده کارت با عددهای ۱۱ تا ۲۰ داریم و یکی را تصادفی برمی‌داریم. احتمال اول بودن عدد بیشتر است یا مرکب بودن؟ چرا؟

۲ــ در هر مورد حالت‌های هم‌شانس را بنویسید: الف) عقربه‌ی چرخنده را می‌چرخانیم. ب) تاسی را می‌اندازیم.

۳ــ از کیسه‌ای که در آن سه مهره‌ی سبز و یک مهره‌ی سفید است، یک مهره بیرون می‌آوریم. شایان گفت «دو حالت: سبز، سفید» و علی مهره‌های سبز را شماره‌گذاری کرد و گفت «چهار حالت». چرا پاسخ علی درست است؟

۱) عددهای ۱۱ تا ۲۰: اول‌ها 11, 13, 17, 19 (۴ تا) و مرکب‌ها 12, 14, 15, 16, 18, 20 (۶ تا). احتمال مرکب بودن بیشتر است چون تعداد مرکب‌ها بیشتر است.

۲) الف) اگر چرخنده به قسمت‌های مساوی تقسیم شده باشد، ایستادن عقربه روی هر قسمت هم‌شانس است. ب) تاس: ۶ حالت 1, 2, 3, 4, 5, 6 هم‌شانس هستند.

۳) دو حالت شایان هم‌شانس نیستند، چون سه مهره‌ی سبز در برابر یک مهره‌ی سفید است و شانس برداشتن سبز بیشتر است. علی با شماره‌گذاری، هر مهره را یک حالت جدا کرد و چهار حالت سبز۱, سبز۲, سبز۳, سفید هم‌شانس شد (هر مهره شانس برابر دارد).

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۱ صفحه ۱۲۹ فعالیت و کار در کلاس

۴ــ در آزمایش کارت‌های ۱۱ تا ۲۰: الف) در چند حالت عدد اول است؟ ب) در چند حالت مرکب است؟ ج) احتمال هر پیشامد را بنویسید. احتمال = تعداد حالت‌های مطلوب / تعداد همه‌ی حالت‌های ممکن

۱ــ پنج توپ با شماره‌های ۱ تا ۵ در جعبه است. اگر عدد توپ زوج باشد احمد جایزه می‌گیرد. احتمال جایزه گرفتن؟

۲ــ حمید می‌داند دوستش در خرداد به دنیا آمده. احتمال اینکه ۱۵ خرداد باشد؟ (خرداد ۳۱ روز دارد)

۳ــ برای هر مورد یک مثال بنویسید: الف) احتمال صفر ب) احتمال کمتر از ۱/۲ ج) احتمال ۱/۲ د) احتمال بیشتر از ۱/۲ هـ) احتمال یک. جمله‌ی «احتمال رخ دادن یک پیشامد برابر صفر، یک یا عددی بین صفر و یک است.» درست است یا نادرست؟

۴) الف) ۴ حالت ب) ۶ حالت؛ ج) احتمال اول بودن = 4/10 = 2/5 و احتمال مرکب بودن = 6/10 = 3/5.

۱) عددهای زوج ۲ و ۴ هستند (۲ حالت از ۵ حالت)؛ احتمال = 2/5.

۲) یک حالت مطلوب از ۳۱ حالت: 1/31.

- **الف)** احتمال صفر: مثلاً با یک تاس عدد ۷ بیاید.
- **ب)** کمتر از ۱/۲: مثلاً با تاس عدد ۶ بیاید (1/6).
- **ج)** برابر ۱/۲: مثلاً با تاس عدد زوج بیاید (3/6) یا سکه رو بیاید.
- **د)** بیشتر از ۱/۲: مثلاً با تاس عدد کوچک‌تر از ۶ بیاید (5/6).
- **هـ)** احتمال یک: مثلاً با تاس عددی بین ۱ و ۶ بیاید.

جمله درست است: تعداد حالت‌های مطلوب نه منفی است و نه از کل حالت‌ها بیشتر؛ پس احتمال $0 \le 1 \le$.

اگر هیچ حالت مطلوبی نباشد احتمال صفر و اگر همه‌ی حالت‌ها مطلوب باشند احتمال یک است.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۲ صفحه ۱۳۰ فعالیت

۱ــ الف) عقربه‌ی چرخنده‌ی (۸ قسمتی) را می‌چرخانیم؛ احتمال هر حالت را در جدول بنویسید. ب) حاصل جمع دو عدد هر سطر جدول را به دست آورید؛ چرا برابرند؟ ج) احتمال رخ دادن یک پیشامد 3/10 است؛ احتمال رخ ندادن آن چقدر است؟ چرا؟

۲ــ الف) چرخنده‌ها را طوری رنگ کنید که احتمال ایستادن عقربه روی سفید 1/2 باشد. ب) بین این فعالیت و تساوی کسرها چه ارتباطی وجود دارد؟

۳ــ از کیسه‌ای حاوی ۵۰ مهره، مهره‌ای تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال سبز بودن 3/10 است. چند مهره سبزند؟

۱) هر سطر جدول احتمال «بایستد» و «نایستد» است؛ برای نارنجی 1/8 و 7/8. جمع هر سطر برابر 1 است؛ زیرا یا پیشامد رخ می‌دهد یا رخ نمی‌دهد و مجموع احتمال همه‌ی حالت‌ها 1 است.

ج) 7/10 = 3/10 − 1؛ چون احتمال رخ دادن و رخ ندادن با هم ۱ می‌شود.

۲) نیمی از قسمت‌های چرخنده (مثلاً ۴ از ۸ یا ۳ از ۶) را سفید می‌کنیم. چون 1/2 = 2/4 = 3/6 = 4/8، کسرهای مساوی احتمال برابر را نشان می‌دهند، هرچند تعداد قسمت‌ها فرق کند.

۳) 15 = 3/10 × 50 مهره‌ی سبز.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۳ صفحه ۱۳۱ تمرین

۱ــ اگر عقربه‌ی چرخنده‌ی روبه‌رو را ۳۰۰ بار بچرخانیم، عبارت‌های درست را ✓ و نادرست را × مشخص کنید:
الف) عقربه ۱۰۰ بار روی زرد می‌ایستد. ب) انتظار داریم عقربه تقریباً ۱۰۰ بار روی آبی بایستد. ج) تعداد دفعاتی که عقربه روی هر یک از این سه رنگ می‌ایستد حتماً برابر است.

۲ــ تاسی را می‌اندازیم؛ احتمال: الف) مضرب ۵ بیاید. ب) شمارنده‌ی ۶ بیاید. ج) ۷ یا بیشتر بیاید.

۳ــ سی مهره با شماره‌های ۱ تا ۳۰ در گردونه است. احتمال: الف) فرد بودن عدد ب) مضرب ۵ بودن ج) اول بودن.

۴ــ احتمال ایستادن عقربه روی سبز، آبی و قرمز (الف، ب، ج) را با توجه به چرخنده به دست آورید.

۵ــ در کیسه‌ای مهره‌های رنگی هست و احتمال سبز بودن مهره 3/8 است. الف) احتمال سبز نبودن مهره؟ ب) آیا می‌توان تعداد مهره‌های کیسه را پیدا کرد؟ چرا؟

۶ــ سکه‌ای در چهار پرتاب پشت سر هم رو آمده است. اگر بار پنجم بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟

---

۱) چون عقربه ۳ قسمت مساوی (احتمال 1/3 برای هر رنگ) دارد: الف) ✓ (100 = 1/3 × 300، ولی «حدوداً»؛ اگر چرخنده سه رنگ مساوی باشد معمولاً می‌گوییم تقریباً). ب) ✓ ج) ×: تعداد دفعات تقریباً برابر است نه حتماً برابر.

- **۲-الف)** مضرب ۵ فقط ۵: 1/6
- **۲-ب)** شمارنده‌های ۶: ۱، ۲، ۳، ۶ یعنی 4/6 = 2/3
- **۲-ج)** ۷ یا بیشتر روی تاس وجود ندارد: 0
- **۳-الف)** فردها ۱۵ تا: 15/30 = 1/2
- **۳-ب)** مضرب‌های ۵ (۵،۱۰،...،۳۰) ۶ تا: 6/30 = 1/5
- **۳-ج)** اول‌ها: ۲،۳،۵،۷،۱۱،۱۳،۱۷،۱۹،۲۳،۲۹ یعنی ۱۰ تا: 10/30 = 1/3

۴) احتمال هر رنگ برابر تعداد قسمت‌های آن رنگ / تعداد کل قسمت‌ها است؛ چون شکل در دست نیست، پاسخ دقیق نوشته نشد.

۵) الف) 5/8 = 3/8 – 1. ب) نه؛ فقط نسبت مهره‌های سبز به کل (3/8) معلوم است؛ تعداد کل می‌تواند ۸، ۱۶، ۲۴ و ... باشد.

۶) سکه حافظه ندارد و پرتاب‌ها از هم مستقل‌اند؛ شانس رو یا پشت آمدن در بار پنجم باز هم 1/2 است.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۴ صفحه ۱۳۲ فعالیت و کار در کلاس

۱ــ سارا، ستاره و محدثه دو سکه را هم‌زمان می‌اندازند. اگر هر دو رو آمد سارا، اگر هر دو پشت آمد ستاره و اگر یکی رو و یکی پشت آمد محدثه امتیاز می‌گیرد. این بازی عادلانه است؟

۲ــ ۲۰ بار آزمایش کنید و با نتایج هم‌گروهی‌هایتان (۸۰ آزمایش) درستی فکرتان را بررسی کنید.

۳ــ با جدول حالت‌های ممکن پرتاب دو سکه، احتمال: یک سکه رو و یک سکه پشت، هر دو رو، هر دو پشت را حساب کنید. دوباره به پرسش ۱ پاسخ دهید.

کار در کلاس: محمد دو شاخه گل رز به رنگ‌های سفید، قرمز و صورتی را تصادفی و به ترتیب برای مادر و پدرش برمی‌دارد. الف) همه‌ی حالت‌های ممکن را با جدول پیدا کنید. ب) در چند حالت دست‌کم یکی از گل‌ها سفید است؟

۱ و ۳) حالت‌های ممکن: رو‌ــرو، رو‌ــپشت، پشت‌ــرو، پشت‌ــپشت (۴ حالت هم‌شانس).

- احتمال یک رو و یک پشت: 1/2 = 2/4
- احتمال هر دو رو: 1/4
- احتمال هر دو پشت: 1/4

بازی عادلانه نیست: محدثه شانس بیشتری (1/2) نسبت به سارا و ستاره (1/4 هر کدام) دارد.

۲) در ۲۰ یا ۸۰ آزمایش انتظار داریم تعداد «یکی رو و یکی پشت» حدود نصف آزمایش‌ها و هر یک از دو حالت دیگر حدود یک‌چهارم آزمایش‌ها باشد؛ نتیجه‌ی ۸۰ آزمایش معمولاً به این مقدار نزدیک‌تر است.

کار در کلاس) الف) گل مادر ۳ حالت و گل پدر ۳ حالت؛ جدول ۹ حالت دارد: س‌ــس، س‌ــق، س‌ــص، ق‌ــس، ق‌ــق، ق‌ــص، ص‌ــس، ص‌ــق، ص‌ــص. ب) در ۵ حالت دست‌کم یکی سفید است (س‌ــس، س‌ــق، س‌ــص، ق‌ــس، ص‌ــس)؛ احتمال 5/9.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه ای برای موفقیت

۱۵ صفحه ۱۳۳ فعالیت

۱ــ عقربه‌های دو چرخنده را می‌چرخانیم و رنگ‌هایی را که عقربه‌ها روی آن می‌ایستند یادداشت می‌کنیم. الف) با کامل کردن نمودار درختی، همه‌ی حالت‌های ممکن را پیدا کنید. ب) احتمال اینکه هر دو عقربه روی قرمز بایستند چقدر است؟

۲ــ سه سکه را هم‌زمان می‌اندازیم. پارسا و عرفان هر کدام با یک روش (جدول و نمودار درختی) همه‌ی حالت‌ها را نوشته‌اند. الف) راه‌حل هر دو را کامل کنید. ب) کدام را بیشتر دوست دارید؟ ج) روش دیگری پیشنهاد کنید. د) تعداد حالت‌های ممکن چندتاست؟ هـ) احتمال اینکه هر سه سکه رو بیاید؟ و) احتمال اینکه دقیقاً دو سکه رو و یکی پشت بیاید؟

۱) چرخنده‌ی اول دارای قرمز۱ و قرمز۲ و زرد (شکل در متن نیست). هر شاخه‌ی نمودار درختی یک رنگ از چرخنده‌ی اول است و هر رنگ از چرخنده‌ی دوم به آن وصل می‌شود؛ تعداد حالت‌ها × (تعداد رنگ‌های اول) (تعداد رنگ‌های دوم) است. احتمال هر دو قرمز = تعداد حالت‌های قرمز-قرمز / کل حالت‌ها.

۲) برای سه سکه ۸ حالت داریم: رورورو، رورو‌پشت، رو‌پشت‌رو، رو‌پشت‌پشت، پشت‌رورو، پشت‌رو‌پشت، پشت‌پشت‌رو، پشت‌پشت‌پشت. روش دیگر: ضرب 8 = 2×2×2.

- **د)** 8 حالت
- **هـ)** هر سه رو: 1/8
- **و)** دقیقاً دو رو و یک پشت: رورو‌پشت، رو‌پشت‌رو، پشت‌رورو یعنی 3/8

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

۱۶ صفحه ۱۳۴ تمرین

۱ــ در یک کارخانه دوچرخه‌ی جاده و کوهستان هر کدام در سه رنگ زرد، قرمز و آبی و دو اندازه‌ی ۲۴ و ۲۶ تولید می‌شود. الف) چند نوع دوچرخه تولید می‌شود؟ ب) علی صفحه‌ای از نشریه را تصادفی انتخاب می‌کند؛ احتمال اینکه دوچرخه‌ی کوهستان آبی‌رنگ اندازه‌ی ۲۶ دیده شود؟

الف) 12 = 2 × 3 × 2 نوع. **ب)** فقط یک نوع از ۱۲ نوع مطلوب است؛ احتمال 1/12.

۱۷ صفحه ۱۳۵ تمرین

۲ــ عقربه‌ی چرخنده‌ی (سبز، قرمز، زرد) را می‌چرخانیم و تاسی را می‌اندازیم. الف) همه‌ی حالت‌ها را با جدول پیدا کنید. ب) در چند حالت عقربه روی قرمز است و تاس زوج؟

۳ــ رمز قفل یک رقم (۰ تا ۹) است. الف) احتمال یافتن رمز با یک حدس؟ ب) اگر رمز دو رقمی شود احتمال چه تغییری می‌کند؟

۴ــ دو تاس را می‌اندازیم: الف) ۳۶ حالت را با جدول پیدا کنید. ب) احتمال اینکه یکی ۳ و دیگری ۵ بیاید؟ ج) احتمال اینکه هر دو ۵ بیاید؟ د) ب و ج را مقایسه کنید و دلیل تفاوت را بنویسید.

۵ــ دو سکه را می‌اندازیم. احتمال اینکه دست‌کم یکی رو بیاید چقدر است؟

۶ــ لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند دو شاخه می‌شوند. پس از طی ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.

۲) الف) جدول ۳ سطر (رنگ) و ۶ ستون (تاس) دارد: 18 = 6 × 3 حالت. ب) قرمز با تاس زوج (۲، ۴، ۶): 3 حالت (احتمال 1/6 = 3/18).

۳) الف) 1/10. ب) رمز دو رقمی ۱۰۰ حالت (00 تا 99) دارد؛ احتمال 1/100 می‌شود، یعنی ۱۰ برابر کمتر.

۴) الف) جدول 36 = 6 × 6 حالتی (6,6) ،... ،(1,2) ،(1,1). ب) حالت‌های (3,5) و (5,3): 1/18 = 2/36 . ج) فقط (5,5): 1/36. د) در حالت (ب) دو حالت مطلوب است چون ترتیب تاس‌ها فرق می‌کند، ولی در (ج) فقط یک حالت؛ پس احتمال (ب) دو برابر (ج) است.

۵) حالت‌ها: رورو، روپشت، پشت‌رو، پشت‌پشت. به جز پشت‌پشت، در ۳ حالت دست‌کم یکی رو است: 3/4.

۶) هر قسمت تعداد خروجی را دو برابر می‌کند: 32 = 2^5 = 2×2×2×2×2 خروجی.

۱۸ صفحه ۱۳۶ تمرین ترکیبی

۱ــ با توجه به نمودار مقابل (دسته‌های ۰ تا ۱۰، ۱۰ تا ۲۰، ۲۰ تا ۳۰، ۳۰ تا ۴۰) میانگین داده‌ها را به دست آورید.

۲ــ دو تاس را می‌اندازیم. الف) تعدادی از حالت‌های هم‌شانس ممکن را بنویسید. ب) احتمال اینکه هر دو تاس ۱ بیاید چقدر است؟

۱) مرکز دسته‌ها 5, 15, 25, 35 است؛ $(5\times f_1 + 15\times f_2 + 25\times f_3 + 35\times f_4) / (f_1+f_2+f_3+f_4)$ = میانگین که f فراوانی‌ها (ارتفاع میله‌ها) است. چون ارتفاع میله‌ها از متن خوانا نیست، عدد نهایی گزارش نمی‌شود.

۲) الف) (6,6) ،... ،(1,3) ،(1,2) ،(1,1) (۳۶ حالت هم‌شانس). ب) فقط حالت (1,1)؛ 1/36.

این جواب ممکن است دقیق نباشد.

ایران توشه
توشه‌ای برای موفقیت